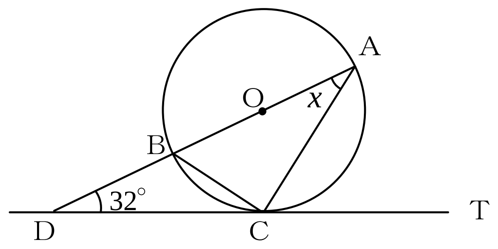
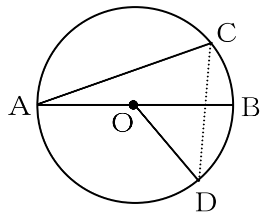
第２課　円の性質・円周角〈圓的性质·圆周角·弦切角定理〉

【基本問題】

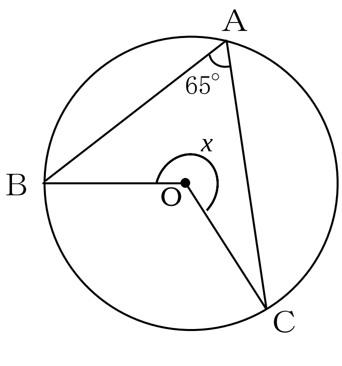
□　①　点Ａ、Ｂ、Ｃは円Ｏ上の点で、直線ＤＴは点Ｃにおいて円Ｏと接している。このとき∠xの大きさを求めよ。



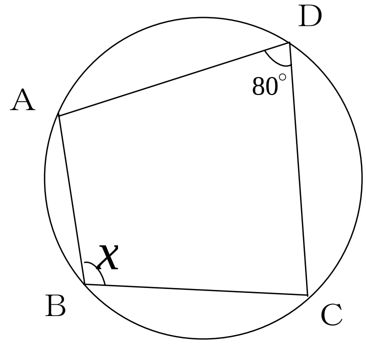
□　＊②　右図の円において、ＡＢは直径、$\angle CAB = 25°, \angle BOD = 46°$ のとき、∠ODCの大きさを求めなさい。ただし、点A、点B、点C、点Dは円周上にあり、点Oは円の中心とする。



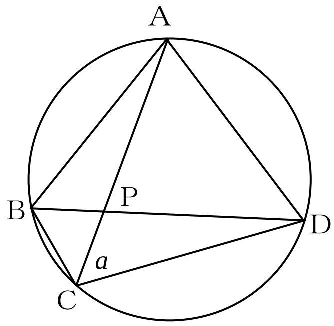
□　③　右図で、点Ｏは円の中心である。∠xの大きさを求めなさい。



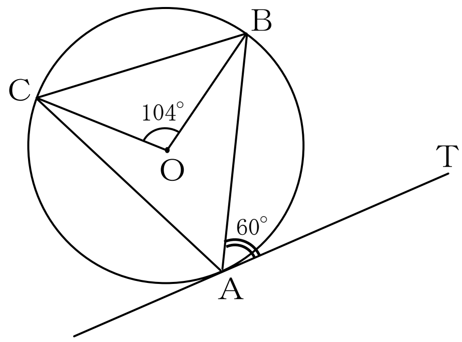
□　＊④　右の図形において∠xは何度か。



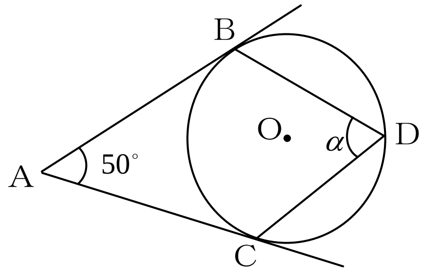
□　＊⑤　図のように、円に内接する四角形 ABCD の対角線の交点を P とする。AB=AD のとき、∠ACD を a 度とすると、∠BAD は何度か、a の式で表しなさい。



□　⑥　右図のように、△ABC が円Ｏに内接している。直線 AT は、点Ａにおける円Ｏの接線である。∠TAB＝60°、∠BOC＝104° であるとき、∠ABC の大きさは何度ですか。



□　＊⑦　右の図で点ＢとＣは点Ａから円に引いた接線の接点です。図のようにＢとＣの間のＡがない側の適当な場所に点Ｄをとりました。角 BAC を50° とすると、角 BDC（図α）は何度になりますか。



解答　① 29°　② 42°　③ 230°　④ 100°　⑤ 180－2a°　⑥ 68°　⑦ 65°

请检查与正确答案是否相符并在□中写上标记。如果没有问题的话，请接下来看【練習問題】。

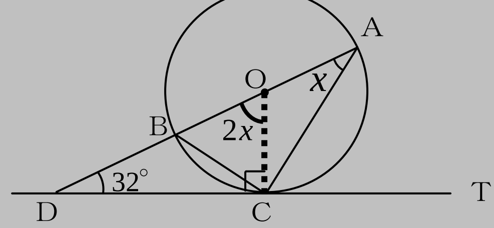
【解法】

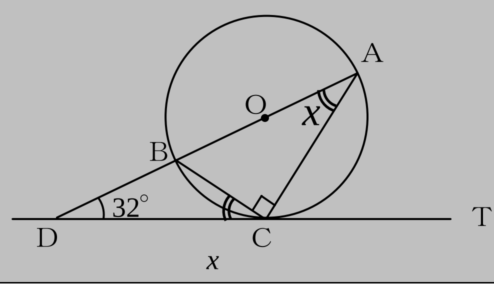
①
划一条辅助线 OC
∠DOC＝∠x×2（参照复习重点 圆周角定理(1)）
在△DOC 中　∠DCO＝90°（ＤＣ是圆的切线）
因为三角形的内角和是 180°

$$2x + 32° + 90° = 180°$$
$$\rightarrow 2x = 58 \qquad \therefore x = 29°$$

别解）$\boxed{高}$
∠OAC＝∠BCD＝∠x（弦切角定理）
∠BCA＝90°（与直径相对的圆周角为90°）
在△ADC 中

$$\angle x + \angle BCD + \angle BCA + 32° = 180°$$
$$\rightarrow \angle x + \angle x + 90° + 32° = 180°$$
$$\rightarrow 2x = 58 \qquad \therefore x = 29°$$





②划一条辅助线 OC

OA＝OC（圆的半径）　∴∠OAC＝∠OCA＝25°

∴∠COB＝25＋25＝50°（三角形的外角）

或者

∠CAB＝25°　＝∠COB×$\frac{1}{2}$　（圆周角定理(1)）

∴∠COB＝50°

△COD において OC＝OD（半径）

∴∠OCD＝∠ODC

∴∠ODC＝$\frac{180-(50+46)}{2}=42°$

别解）

∠C＝∠AOD×$\frac{1}{2}=(180-46)\times\frac{1}{2}=67°$

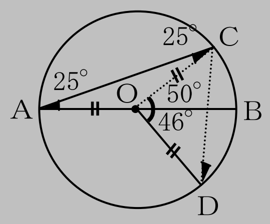
（圆周角定理(1)）

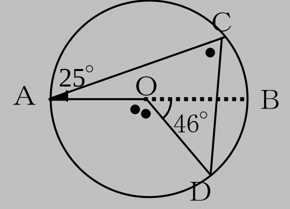
在四角形 ACDO 中

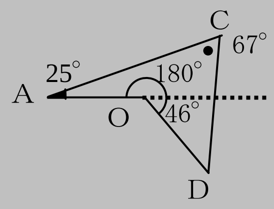
25＋67＋（180＋46）＋∠ODC＝360°

（四角形内角和是 360°）

∴∠ODC＝42°







③∠BOC=2×65°　=130°　（圆周角定理(1)）

另外　∠BOC＋∠ x =360°

∴∠ x =360°　－∠BOC=360°　－130°　＝230°

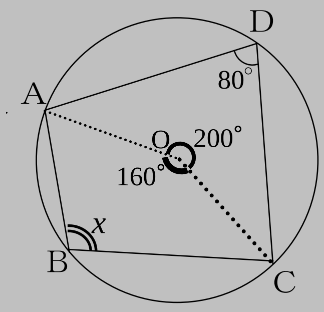
④　如图所示划一条辅助线

∠AOC（度数小的角）＝80×2＝160°

（圆周角定理(1)）

∠AOC（度数大的角）＝360－160＝200°

∴∠ x ＝∠AOC（大）×$\frac{1}{2}$ ＝200×$\frac{1}{2}$ ＝100°

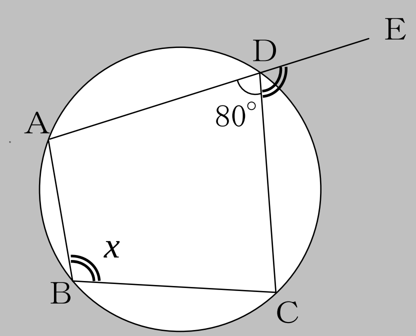


别解）**高**　因为点 E 经过直线 A D 的延长线,

且四角形 ABCD 与圆内切

∠ x ＝∠CDE= 180－ 80＝ 100°

或者　∠ x ＋80＝180°　　∴∠ x ＝100°



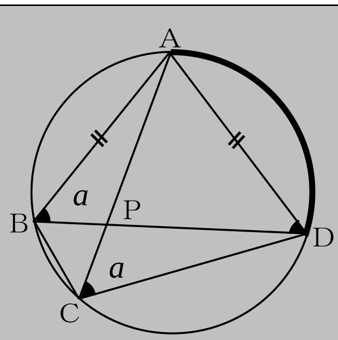
⑤∠ACD＝∠ABD＝∠a（圆周角定理(2)）

在△ABD 中　AB＝AD

∴∠ABD＝∠ADB＝∠a

∴∠BAD＝180－2×∠a

＝180－2a（°）



⑥

如图所示划一条辅助线

由于直线 AT 是圆 O 的切线，

∠OAT＝90°　　∴∠OAB＝90－60＝30°

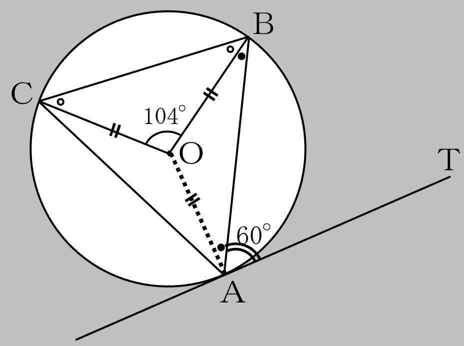
OA＝OB（圆的半径）　∴∠OBA＝30°

在△OCB 中

OB＝OC（圆的半径）

$$\therefore \angle OBC = \frac{180-104}{2} = 38°$$

∴∠ABC＝30＋38＝68°



别解）**高**

$$\angle CAB = \frac{1}{2} \times \angle COB = 52°$$　（圆周角定理(1)）

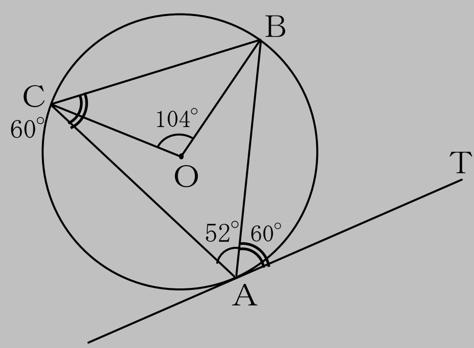
由于直线 AT 是圆○的切线，

$\angle BCA = \angle TAB = 60°$（弦切角定理）

在△ABC 中

$$\angle ABC = 180° - \angle CAB - \angle BCA$$

$$= 180° - 52° - 60° = 68°$$



⑦ 因为直线 AB 与 AC 分别与圆○相切，

∠ABO 和∠ACO 分别为90°

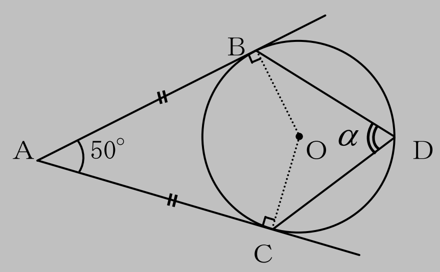
（参照复习重点・圆的弦以及圆切线③）

四角形的四个内角的和为360°

$\therefore \angle BOC = 360 - 50 - 90 - 90 = 130°$

$\angle \alpha = \frac{1}{2} \times \angle BOC = \frac{1}{2} \times 130 = 65°$

…（圆周角定理(1)）



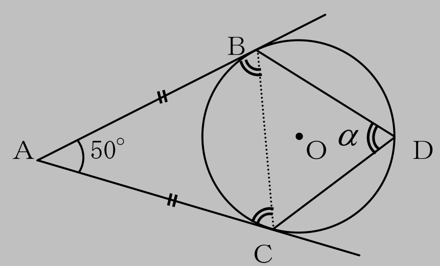
别解）**高**

AB=AC　（参照复习重点・圆的弦以及圆切线③）

∴△ABC 是等腰三角形

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{180° - 50°}{2} = 65°$

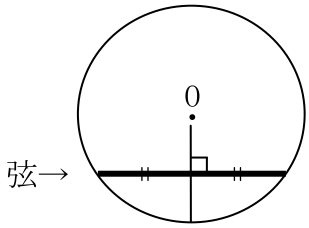
根据弦切角定理∠ACB=∠BDC=65°



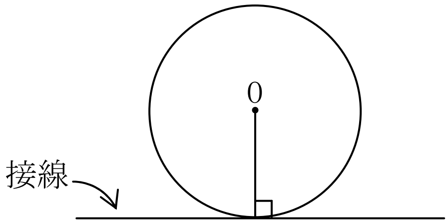
復習のポイント〈复习的重点〉

★円（えん）の弦（げん）と接線（せっせん）〈圆的弦以及圆的切线〉

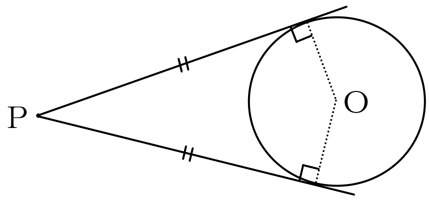
① 圆的弦被与其相垂直的半径二等分。



② 圆的切线与连接切点的半径相垂直。

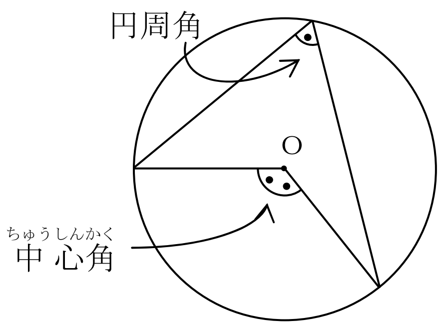


③ 以圆外的某一点作为起点的同一圆的
两条切线的长度相同。

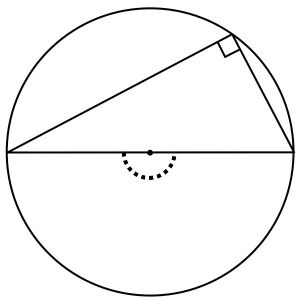


★円周角（えんしゅうかく）の定理（ていり）〈圆周角定理〉（１）

圆周角为圆心角的$\frac{1}{2}$

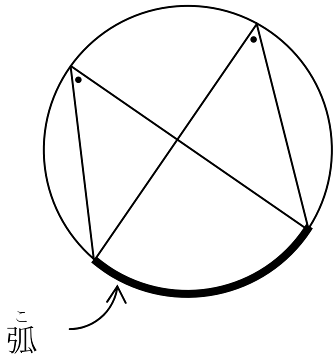


※与直径相对的圆周角为90˚



★円周角の定理〈圓周角定理〉（２）

与同一条弧相对的两个圆周角为等角



高 ★円に内接(ないせつ)する四角形

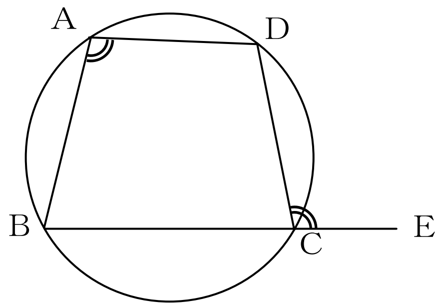
〈位于圆内, 且四个角在圆周上的四角形〉

∠A ＝∠DCE

※对角的和等于 180°

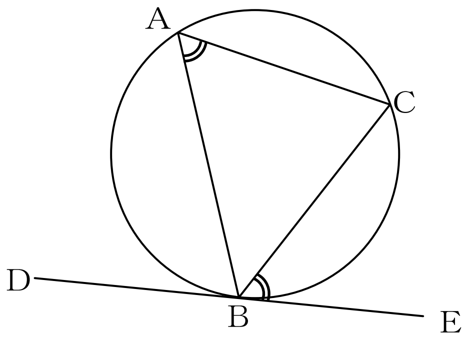
∠A+∠DCB ＝180°

∠B+∠D ＝180°



高 ★接弦定理(せつげんていり)〈弦切角定理〉

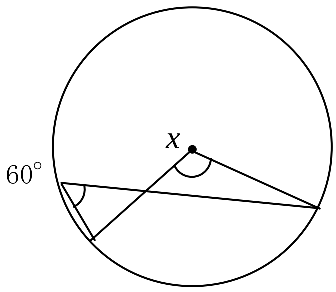
∠A=∠CBE



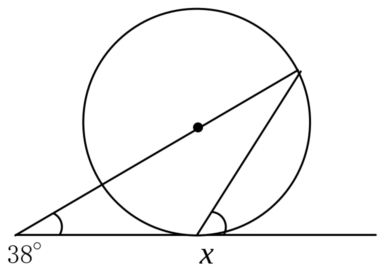
【練習問題】

① ∠ x の大きさを求めなさい。

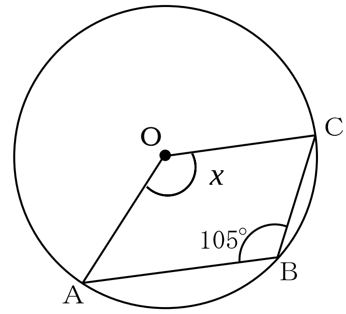
(1)



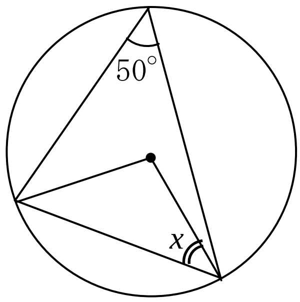
(2)



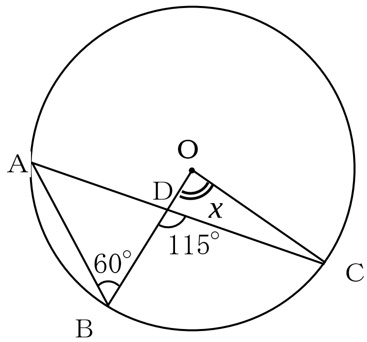
(3)



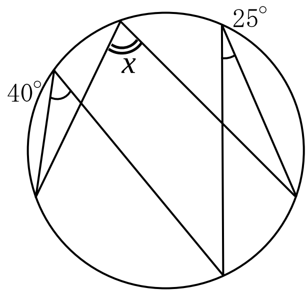
(4)



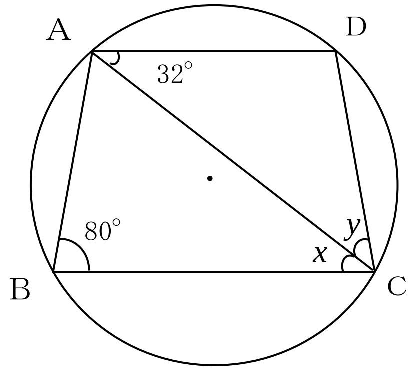
(5)



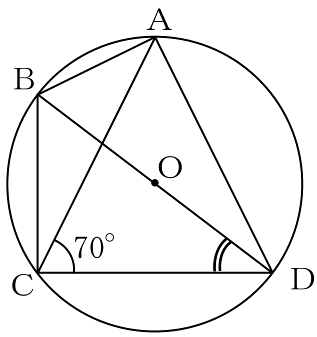
(6)



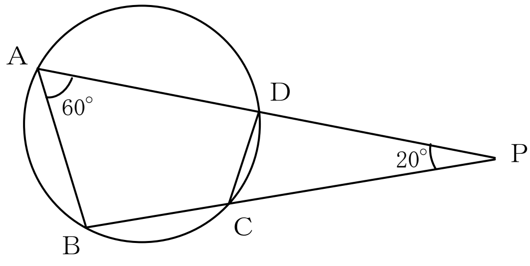
② 右の図のように、円に内接する四角形 ABCD がある。AD//BC のとき、∠x と∠y の大きさを求めなさい。



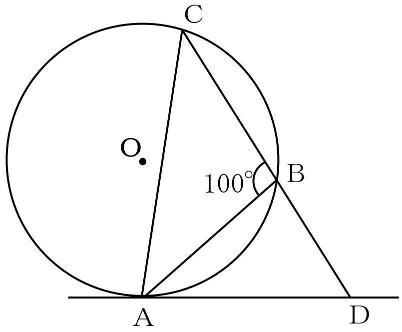
③ 右の図で、四角形 ABCD は線分 BD を直径とする円Ｏに内接し、AC=AD である。∠ACD=70° のとき、∠BDC の大きさは何度ですか。



④ 右図で、四角形 ABCD は円に内接している。また、点Ｐは直線 AD と BC との交点である。∠Ａ＝60°、∠Ｐ＝20° のとき、∠ADC の大きさを求めなさい。



⑤　右図で、点Ａ，Ｂ，Ｃは円Ｏの円周上の点で、AB＝BC、∠ABC=100°である。線分 CB の延長と点Ａにおける円Ｏの接線との交点をＤとする。このとき、∠BAD の大きさを求めなさい。



解答	①(1)120°　(2)64°　(3)150°　(4)40°　(5)110°　(6)65°
	②　$x=32^\circ$　$y=48^\circ$　③50°　④80°　⑤40°　→解释问题的方法请看 75 页